BİLGİSAYAR CEBİRİ SİSTEMLERİNİN (BCS) FONKSİYON KAVRAMININ ÖĞRETİMİNDE ETKİSİ*

Güler TULUK, Ahmet KAÇAR
Kastamonu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Kastamonu.

Özet

Matematik öğretiminde teknolojinin desteğini alan bir anlayış benimsenmeye başlamıştır. Bu araştırmanın amacı Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin (BCS) matematik öğretimindeki etkisini incelemektir. Çalışmada, Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı, 1. sınıf öğretmen adaylarından 30 kişilik bir sınıf ve bu sınıfta oluşturulan rastgele seçilmiş iki gruba, ilki Yapılandırmacı + BCS (Maple) ve ikincisi yapılandırmacı olacak şekilde iki ayrı öğretim yöntemi uygulanmıştır. Gruplardan birisi BCS'nin katılmadığı sadece yapılandırmacı öğrenme (Yapılandırmacılık) şeklinde Genel Matematik dersinde fonksiyon kavramını öğrenme sürecine katılmış diğer grupta BCS ile birlikte yapılandırmacı öğrenme (BCS + Yapılandırmacılık) ortamna katılmştır. Hizmet öncesi öğretmen adaylarının; işlemsel anlama, kavramsal anlama, problem çözme becerileri bir sınavla incelenmiştir. Veriler uygun parametric ve nonparametrik testlerle incelenmiştir. Sonuçta, her iki grup arasında problem çözme becerisinde BCS ile birlikte yapılandırmacı öğrenme grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur (p = .021).

Anahtar Kelimeler: *Bilgisayar Cebiri Sistemleri (BCS), Fonksiyon Kavramı, İşlemsel Beceri, Kavramsal Anlama, Problem Çözme.*

THE EFFECT OF COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS (CAS) ON THE TEACHING OF THE FUNCTION CONCEPT

Abstract

Supporting Mathematics education with new techonologies is started to be adopted. The main purpose of this study is to explore effects of CAS in mathematics teaching. In this study, two learning approaches, which have been seen as suitable and applicable in preservice teacher's mathematics education, "constructivist learning" and "Constructivist learning + CAS" approaches, are described and compared. 30 freshmen students from Primary Mathematics Education Department of Faculty of Education was chosen as research group. One of these groups had been took function concept in calculus course with a constructivist environment. The other group had been took that course also in constructivist environment by using CAS (Maple). Prospective teacher's computational Skill, conceptual understanding, problem solving was examined a post-test. The quantitative data was analyzed by using appropriate parametric and non-parametric statistical tests. It is determined that CAS + constructivist group's problem solving level is significantly higher then the other group. (p = .021 < .05)

Keywords: *Computer Algebra Systems (CAS), , Computational Skill, Conceptual Understanding, Problem Solving.*

---

* *Bu makale birinci yazarın doktora tezinden üretilmiştir (Tuluk, 2007).*

1. Giriş

Genel Matematik derslerinde öğrencilerin başarılı olamamalarının bir nedeni de fonksiyon kavramı, cebirsel işlemler ve geometrik yorumlama anlamında zayıf bir matematik alt yapıya sahip olmalarıdır (Douglas, 1986; Ferini-Mundy ve Gaudard, 1991). Öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukların bir sonucu olarak, öğrenciler teknikleri ve işlemleri ezberleyerek Genel Matematik derslerine çalışırlar. Kavramlar üzerinde hiç durmazlar ya da çok az zaman ayırırlar (Ferini-Mundy ve Gaudard, 1992; Tall vd., 2004). Matematik çalışmanın temelinde, anaokulundan üniversiteye kadar en önemli kavramlardan biri olarak fonksiyon kavramı kabul edilebilir (Dubinsky & Harel, 1992). Eisenberg ve Dreyfus (1994), öğrencinin problem çözmede değişkenler arası ilişkilerde bakış kazanmasını sağlayan matematiksel düşünme çeşitlerinde en önemlisinin fonksiyon kavramı olması gerektiğini önerirler.

Bilgisayar Cebiri Sistemleri (BCS), sembolik matematiksel özellikleri ve ilişkileri tam olarak ele alır. Bunu yaparken de gösterimde hem sayı hem de grafik kullanır. Matematiğin sözel durumu da artısı olur. Yani, sayısal, cebirsel, grafiksel ve istatistiksel. Bu matematik tartışmalar için güçlü bir platform teşkil eder. BCS'nin kullanımında; öğrencilerin bilgisayarı ve yazılımı kullanmada yüksek bir beceriye sahip olmalarına ve tutum geliştirmelerine dikkat çekerler (Pierce ve Stacey, 2002). BCS, etkileşimli bir ortam ve çeşitli temsil olanakları sunar.

BCS içinde önemli bir yazılım olan MAPLE Prof. Keith Geddes ve Prof. Gaston Gonnet yönetiminde 1980'li yıllarda Waterloo Üniversitesinde geliştirilmiştir. MAPLE halen en geniş kullanım alanı olan Bilgisayar Cebiri Sistemlerinden biridir.

Yapılandırmacılık geleneksel bilgi işleme kuramlarından daha bütünleştirici (holistic) ve daha az mekaniktir. İnsanlar, yaşadıkları çevreden bilgiyi alarak ve önceden var olan şemalarıyla ve anlayışlarıyla özümseyerek dünyalarını anlamlandırırlar (Novak, 1998). Öğrenme, nesnelerin gerçek doğasını anlamak ya da düşünceleri hatırlamak değil, öğrenme sürecinde örgütlediğimiz açıklamalar, şemalar ve yapılardan duyuşsal olarak kişisel veya toplumsal anlamlar yapılandırmaktır.

2. Araştırmanın Amacı

Dünyada ve ülkemizde 1960'lı yıllarda başlayan matematik öğretiminin kapsam ve yöntem bakımından tartışılması günümüzde de devam etmektedir. Çalışmanın amacı, hizmet öncesi öğretmen eğitiminde genel matematik dersindeki fonksiyon kavramının öğretiminde yapılandırmacı ve BCS + yapılandırmacı destekli öğretimin öğrencilerin işlem yapma, kavramsal anlama ve problem çözme becerilerine olan etkisini incelemektir.

NCTM (2000), okul matematiği temel konularında ilke ve standartlardan birisi "Cebirsel düşünmek için, örüntüleri, ilişkileri ve fonksiyonları anlamak; matematiksel durumları ve yapıları cebirsel sembollerle çözümlemek; matematiksel modeller kullanmak ve bağıntıları nicel olarak açıklamak; değişimi göstermek" olarak belirtmektedir.

3. Yöntem

Çalışma deneysel olarak yürütülmüştür. Örneklem grubunu Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı 2006 – 2007 akademik yılında birinci sınıfa başlayan 30 öğrenci oluşturmuştur. Öğrenciler yansız olarak rastgele iki gruba atanmışlardır.

Deney grubu öğretmen adaylarının Maple programını rahat bir biçimde kullanabilmeleri amacıyla, uygulama başlamadan önce öğrencilere 8 ders saati sürelik bilgisayar laboratuarında yapılandırmacı anlayışa uygun geliştirilmiş çalışma yapraklarıyla sunulan bir maple kursu verilmiştir. Daha sonra Deney grubu "yapılandırmacı yaklaşıma dayalı BCS destekli öğrenme", kontrol grubunda ise “Yapılandırmacı yaklaşıma dayalı” öğretim araştırmacının hazırladığı etkinlikler aracılığıyla yapılmıştır. Her iki grupta da araştırmanın kapsamındaki bağımlı değişkenler; işlem bilgisi, kavram bilgisi, problem çözme becerisi olarak dikkate alınmaktadır.

Veri Toplama Araçları: Matematik öğretmeni adaylarına araştırmacı tarafından hazırlanan geçerlik ve güvenirliği yapılmış klasik olarak hazırlanmış 16 soru yöneltilmiştir.

4. Yapılandırmacılık

“Yapılandırmacı bilgi kuramı”nı temel alan bir müfredat okul matematiği öğretiminde problemleri hem bir araç hem de bir amaç olarak tanımlamaktadır. Yapılandırmacılık; öğrencilerin kendi bilgilerini kendilerinin biçimlendirmesine ve oluşturmasına dayanan bir yaklaşımdır. Bu yaklaşımda öğretmenler, öğrencilerin önceki bilgilerinden yararlanırlar ve sınıf etkinliklerini içeren çeşitli işbirlikli araştırmalar ve buluşsal yöntemlerle öğrenmelerini sağlarlar (Benson, 2001).

Bir geometrik veya bilimsel olayın matematiksel incelemesinin anahtarı tipik olarak, olayı tanımlayan değişkenler arasındaki bağıntıların elde edilmesidir. Böyle bir bağıntı bir değişkeni diğerinin bir fonksiyonu olarak ifade eden bir formül olabilir. Fonksiyon kavramında değişken ve değişimi incelemek öne çıkar. Bu temel kavramların edinilmesi Türkiye’de ilköğretim matematik programında birinci kademe 3. sınıftan itibaren başlar. Aritmetiksel işlemleri yazma ve söyleme gibi alışkanlıklarla, cebiri anlamaya ve kazanmaya öğrenciler bu dönemle başlarlar. Aynı şekilde değişik taktikler kullanarak gelişmelerini sürdürürler. Yeni müfredat programında ilköğretim öğrencilerinin sezgilerine dayalı olarak ele alınan cebir, somut olarak kapalı uçlu problemlerle yönlendirilmektedir. Aşağıdaki etkinlik bu duruma örnektir.

Düzlemsel şekillerin çevre uzunluklarını hesaplayalım.

Ön bilgi: Alışveriş merkezlerinde masalar satılmaktadır. Masa modellerinin adlarını ve ölçümlerini not ediniz.

Şimdi Şekil 1’deki masayı inceleyelim. Masamız hangi geometrik şekildir? Çevresi kaç metre olabilir?

Şekil 1

Çizelge yapalım

Kenarlar	Ölçme Sonuçları
1. kenar	1 m
2. kenar	1 m
3. kenar	1 m
4. kenar	1 m

Ölçtüğümüz kenar uzunluklarını toplarsak masanın çevresini buluruz. 1+1+1+1 = 4 m. Bu ilişkide kavramsal olarak aynı zamanda çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanma işlem becerisi geliştirilmiş olur. 1 + 1 + 1 + 1 = 4.1 elde edilir. Kavram bilgisi içinde işlem bilgisi, işlem bilgisi içinde de kavram bilgisi yer almaktadır. İşlem ve kavram bilgisini ayıran kesin bir çizgi yoktur (Baki, 1998). Süreç bu şekilde ele alınca gerçekte problem çözme öğretime yerleşir.

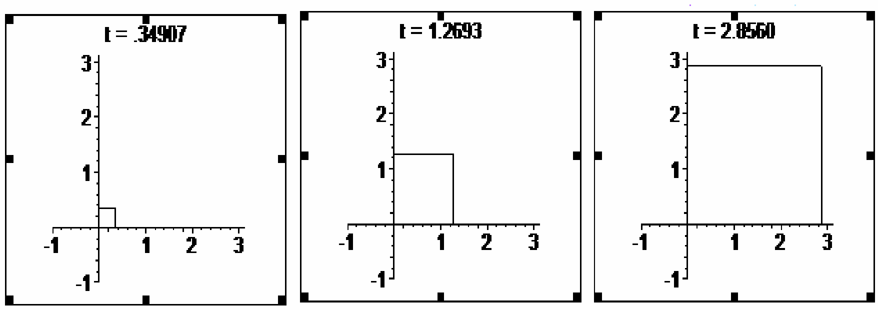
Konu devam eder. Masanın kenar ölçüsü 2 m olsaydı çevresini nasıl bulursunuz? Bu soruyu sorduğumuzda çevrenin değişimini incelemeye adım atmış oluruz. Öğrenciler bu dönemde geometrik bir şekil olan kare ve kenarı üzerinden değişken kavramını sezmeye ve değişimi incelemeye başlarlar. Aynı şekilde açı kavramını ve karede açının sabit kaldığını kazanırlar. Bu dönemle sayısal ve geometrik yaklaşımlar kullanılarak problem çözme etkinlikleri ile cebirsel kazanımlara doğru ilerler.

5. BCS + Yapılandırmacılık

Dewey'e (1966) göre eğitim eyleme dayanır. Bilgi ve fikirler, yalnızca öğrenenlere mantıklı ve önemli gelen durumların denenmesiyle edinilir. Öğrenenler sınıf içinde çeşitli öğrenme araçlarıyla yönlendirilip, birlikte gerçek bir toplulukta olduğu gibi bilgilerini oluştururlar.

Örneğin;

```
restart:with(plots):
with(plottools,rectangle):
box := proc(x,y,r) PLOT(rectangle([x,y],[y,x],color=white)) end;
animate( box, [0,t,0.2], t=0..Pi, scaling=constrained, frames=100 );
```



Şekil 2

Şekil 2'deki grafikle karenin çevresindeki değişim incelenmekte sonra bu değişimin denklem olarak ifadesi ortaya çıkartılmakta, fonksiyon olarak tanımlanmakta ve bu değişim tablo olarak ifade ettirilmekte ve grafiğe dönüştürülmektedir.

Çalışma şu soruyla yeniden sürdürülür. Elimizde bir kenarı 1 cm olan kare var. Şimdi bu karenin kenarını 1 cm daha arttırmayı düşünmek. Ortaya çıkan şekli inceleyelim.

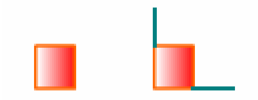
Karenin kenarının 1 birim arttırılmasıyla meydana gelen değişim ve bu değişimin ifadesi, örneğin, öteleme daha kolay anlaşılabilir. $f(x)$ ve $f(x+1)$ arasındaki ilişki somut ama soyuta geçişi kolaylaştırır.

Bu şekilde bir yapılandırma süreci problem çözme sürecinde buluşsal yöntemleri (Heuristics) ve bu yaklaşımdaki çeşitli taktikleri içine barındırır.

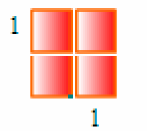
1- "guess and check – tahmin et ve kontrol altına al ",

Kareyi tartışma.

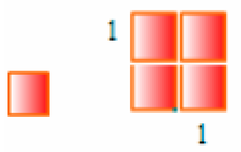
2- "modeling-modelle",



3-"logical reasoning-muhakeme et",

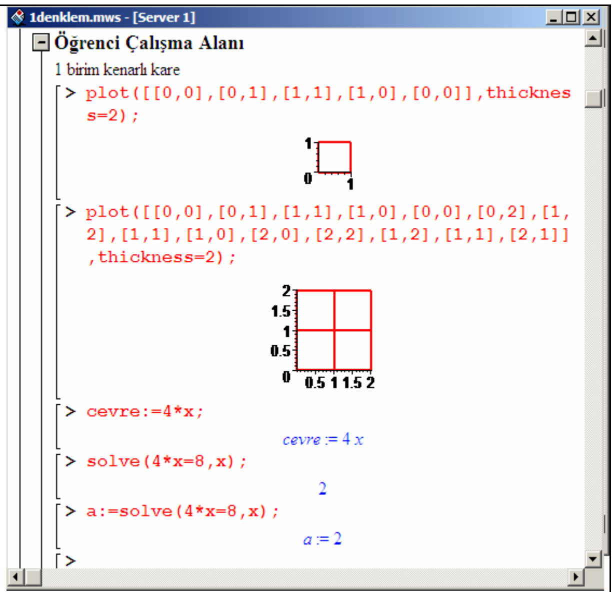


4- "use of algebra-cebirsel kulanım",



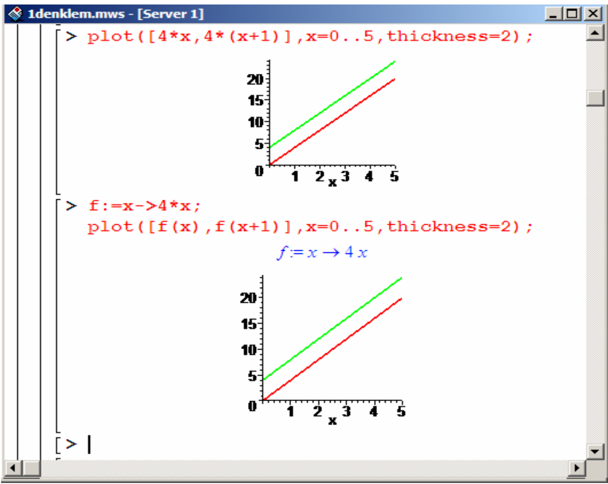
$4x$ $4(x+1)$

2-3-4 madderi (Şekil 3).



Şekil 3

5- “use of formula- formüle et”,
Çevresi verilen karenin kenarını bulma bir bilinmiyenli denklemi kavramsal olarak algılamada önemli bir adımdır. Harflerin kullanımı da ayrıca bu aşamada önemlidir. Harfler, öğrencilere değişkenler olarak genelleme ve soyutlama yapma imkanı verirken aynı zamanda denklemlerde bilinmeyenler olarak sayıları ve sayı ilişkilerini gösterme imkanı da verir (Şekil 4).



Şekil 4

Cebir, harflerin bu şekildeki kullanımıyla problem çözümlerinde, aktivitelerde ve denklemlerin çözümleri ile sadeleştirmelerinde etkin bir rol oynar.

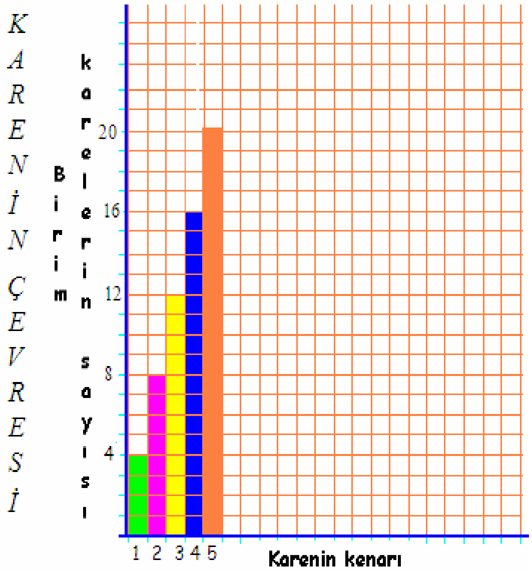
6- “look for a pattern- örüntü ara”,

7- “number manipulation – sayısal işleme”.

$4.1=4 \quad 4.2=8 \quad 4.3=12$

$4x=4 \quad 4x=8 \quad 4x=12$

6-7 maddeleri (Şekil 5).



Şekil 5

Bir insan için bedeninin ve zihninin katılmadığı bir deneyim var olamaz (Dewey, 1990). İçselleştirmek düşünmek ve yapmaktır.

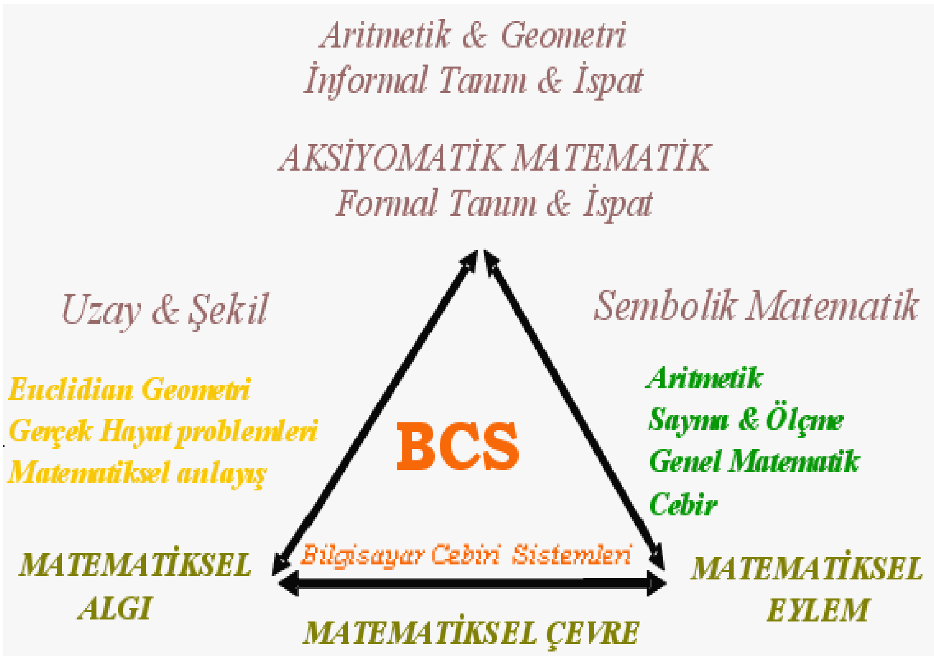
İlköğretimde somuttan soyuta giden bu süreç yüksek öğretimde öğretmen eğitimindeki matematik eğitimi içinde aynı şekilde düşünülebilir. Burada soyutun düzeye yönelik gerçekleştirilmesi sorunu ortaya çıkar.

NCTM, öğrencilerin erken yaşlarda cebir öğrenmeye başlamalarını tavsiye eder. NCTM'ye göre, 6-8. sınıftaki öğrenciler, "problemleri çözmek için sembol kullanabilme yeteneğine" sahip olmalıdırlar. 3-5. sınıftaki öğrenciler ise genel kuralları tanımlamak için, "kutular, harfler veya başka semboller" kullanabilme yeteneğine sahip olmalıdırlar.

7. sınıf öğrencilerinin denklemlerdeki nicelikleri anladıkları zaman denklemlerin temel mantığını anladıklarını, ilkokul öğrencilerinin ise öğretmenlerinin gözetiminde açık uçlu sorular ve nispeten daha zor problemlerin çözümü için cebirsel mantığı kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. (Carraher ve diğerleri, 1999).

İlköğretim 7. sınıf öğrencileri okul matematiğinin program bütünlüğü içerisinde denklem kurma, verilen bu denklemi kordinat düzleminde grafik olarak inceleme becerisini kazanmaya devam ederler.

Okul matematiğinin ilk yıllarda aritmetik ve geometrinin informal tanımları üzerinde yapılandırılıyormuş gibi görülmesi bütüncül yaklaşımda önemlidir. Bu durumda ilköğretim öğretmenlerinin Genel Matematik anlayışı şekil 6'daki gibi yapılandırılabilir.



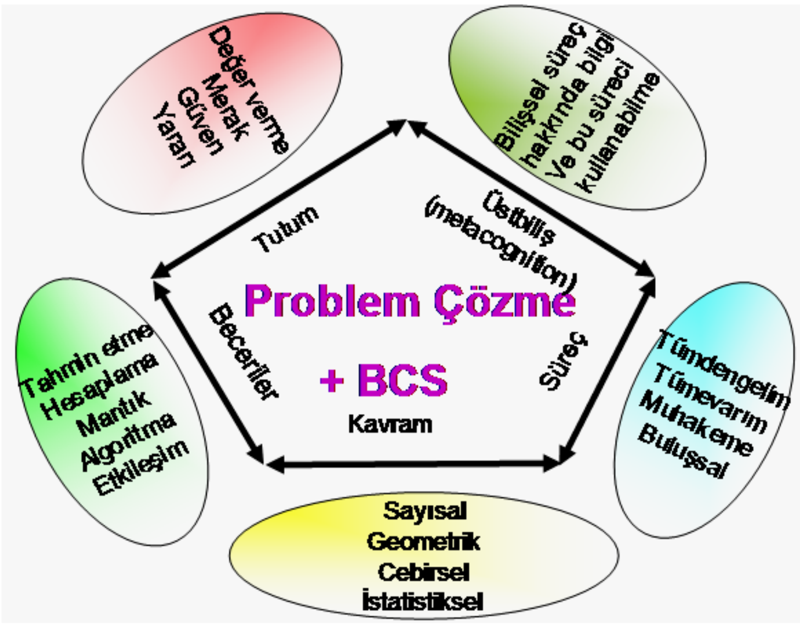
Şekil 6

Lagrange (1996), **BCS**'nin matematiksel kavramların farklı yorumlarına ulaşmanın yollarını aramada güçlü bir araç olduğunu belirtir. Yeni matematik anlayışı merkeze BCS'yi ve problem çözmeyi ele almaktadır. Okul matematiği de yeni program ile "yapılandırmacı bilgi kuramı"nın ilke ve amaçları ışığında problem çözme aktiviteleri içeren bir süreç olarak yürütülmeye başlanmıştır. Sadece problem çözmede değil sorgulamada da kağıt - kalem tekniği ile buluşsal yöntemler matematiksel yapıyı kurmada eksik kalabilir. Problem çözme etkinliklerine **BCS** dahil edilmelidir.

Bir alana ait bilgilerdeki uzmanlığın yalnızca o alana ait kavramları değil, o alana ilişkin öğrenmeleri sorgulamaya yönelik tutumun geliştirilmesini ve bu gelişimde kişinin mücadelesinin tahmin ve problem çözmeye doğru olması gerekir (Bruner, 1966).

Matematik eğitimi de şekil 7'de ifade edildiği üzere problem çözme ve BCS ile 5 temel başlık (Beceriler - Kavram – Süreç – Üstbiliş - Tutum) olarak ele alınabilir.

Matematik öğretmeni ve öğrencisi sadece doğru cevabı bulma gayretinde değil sonuca ulaşırken geçirdiği süreci göz önünde tutar ve kullandığı araca (yöntem - teknik) önem verir. Bu yaklaşımda **BCS** öğrenme ortamını zenginleştirir, gerçek durumlarla karşılaştırır, sosyal etkileşimi kurar ve tartışma fırsatı yaratır.



Şekil 7

Aritmetiğin temel kavramı sayı kavramı iken, genel matematiğin temel kavramı değişken kavramıdır. **BCS** problem çözerek kavramın sorgulanmasında iyi bir araçtır. Schoenfeld ve Arcavi (1988) tarafından literatürden çıkarılan bazı değişken tanımlarına göre **BCS** ile:

1-) a) Değerlerin belirlenmiş bir kümesi olarak kabul edilebilen bir nicelik,

b) Matematik formüllerinde yer tutucu: placeholder,

2-) Tanım kümesi olarak adlandırılan ve incelenmesi için göz önüne alınan bazı sayı kümelerinin herhangi bir elemanı ile yer değiştirebilen bir sembol oluşu,

3) Harflerle gösterilmesi, ve bunları yaparken amaca uygun olarak;

a) Kuralları ifade etmede kullanılması,

b) Değişken cinsinden ifade edilen problemlerin çözümlerine imkan sağlama,

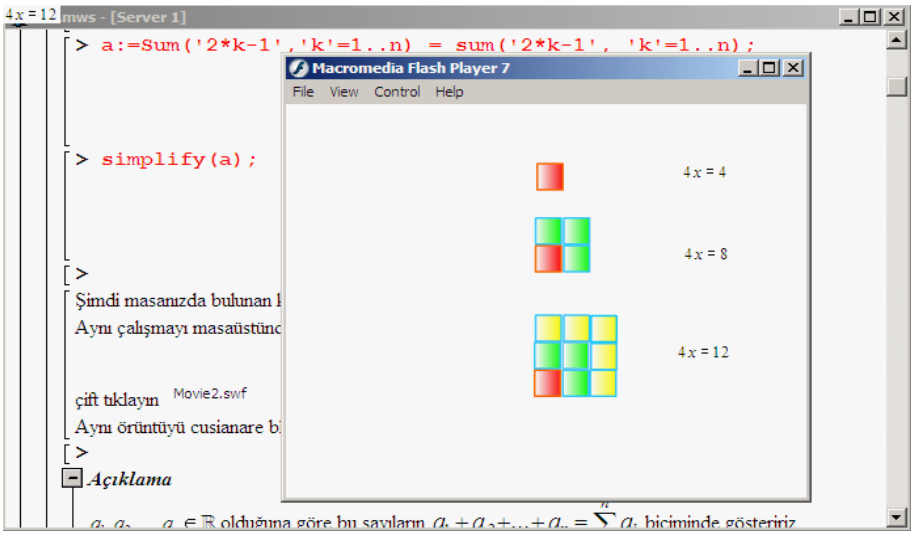
4) Bir sayının rolünü üstlenen bir harf veya harflerin bir dizisi olarak kullanma, anlama güç katacak ve ezberlemeden kurtaracaktır.

Öğretmenler anlamlı bilgiler ile donandıklarında öğrencilerin matematik derslerinde farklı şekillerde düşünme aktivitelerinde bulunmalarını sağlayacak görevleri seçebilir ve yapılandırabilirler. Okul matematiğini, öğrencinin matematiksel bilgi ve kavramları elde etme sürecini bütüncül olarak ve problem çözme yaklaşımı ile görmek gerekir. Yapılandırmacılık yaklaşımı bütüncüldür.

Matematik yapmak kullanılan çeşitli matematik temsillerin gösterimleri (bu çalışma kağıtları ve bir ekran üzerinde) arasında etkileşim kurmak ve aynı zamanda bu çalışmaya hakim olmaktır.

Değişimi incelemek istediğimizde $f(x)=4x$ ve $f(x)=x^2$ … içinde bulunduğumuz dünyaya ait bir durumdur. Karenin çevresi ve alanındaki değişim polinom fonksiyonlarının başlangıcındaki tek değişkenli ve birinci dereceden fonksiyon ile tek değişenli ve ikinci dereceden fonksiyonların ortaya çıkışı denklemin tablo ve grafik olarak incelenmesine basit ama anlaşılabilir bir anlam katar. **BCS** bu çalışmaların yapılmasında bir yardımcıdır.

Matematik, aritmetiğin daha fazlasıdır. Sayılar arasındaki ve daha kapsamlı matematiksel özellikler üzerindeki sembolik ilişkiler sayılara dayalıdır. **BCS**, sembolik matematiksel özellikleri ve ilişkileri tam olarak ele alır. Şekil 8'de böyle bir ortamı Maple ile hazırlanmış olarak görmektesiniz. Etkileşimli bu ortam çeşitli temsil olanakları sunmaktadır.



Şekil 8

Buradan dizi kavramına ve dizilerinde bir fonksiyon olduğu üzerinde tartışmalar devam ettirilebilir. Bu geçişlerde farklı birçok alternatif inceleme gerçekleşebilir. Programın bütüncül oluşu bu yüzden önem arz eder.

Bu amaçla matematik analizin dayandığı fonksiyon kavramını öğrenme ve öğretme etkinliği **BCS** destekli problem çözme etkinlikleriyle;

1- Fonksiyon kavramının niteliği: Fonksiyon kavramını ve özelliklerini bilme, açıklama, yazma, söyleme (R. Even, 1990; H. Freudenthal, 1983; A. Sfard, 1991).

2. Fonksiyon kavramının çoklu gösterimleri ve açıklamasında kullanılan dil: Fonksiyonunu çoklu gösterimlerinin bilgisi, kavramla ilgili dili anlama ve bu dille etkileşimde bulunma (R. Even, 1990; E. Gray, D. Tall, 1994).

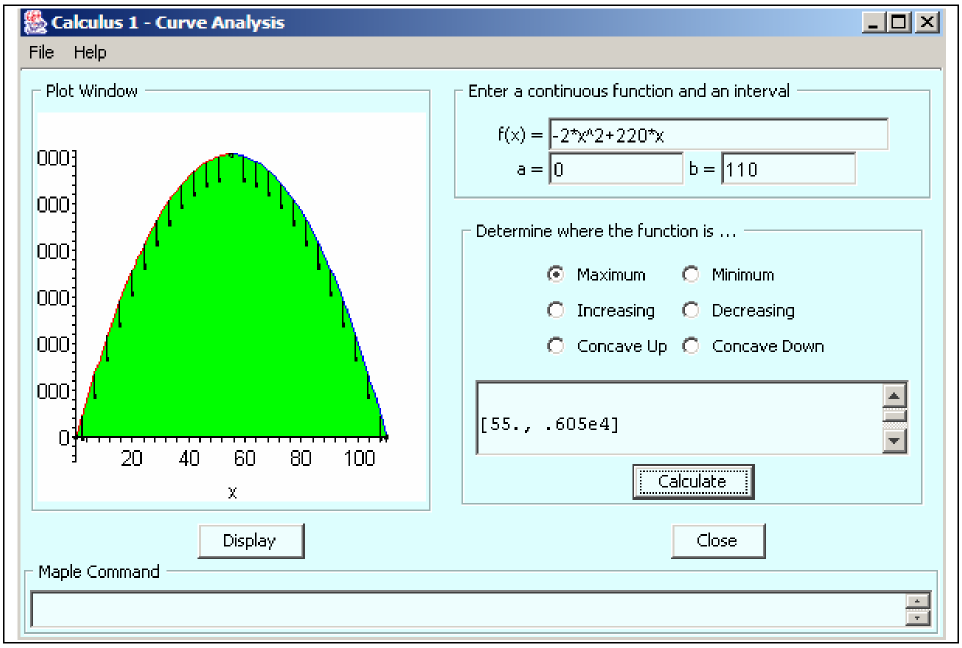
3. Fonksiyon kavramının belirtilmesindeki temel dağarcık: Kavramın düzenlemesine yönelik bilgi, kavramı öğrenme seviyesine uygun olarak düzenleme ve tam anlaşılması (R. Even, 1990).

4. Fonksiyon kavramının düzenlenmesini tahlil etme: Farklı bakış açılarıyla kavramı gözden geçirebilme becerisi ve inşası (R. Even).

5. Matematik kültürü: (a) Matematiksel düşünme yollarının bilgisi (R. Even, 1990), (b) matematiğin temel yaklaşımları ve davranışları, matematiksel etkinlikler amaçlanmalıdır.

Problem çözme sürecini merkeze alan eğitimle öğretmen adaylarının ve öğrencilerin, problemin arkasında hangi kavramın olduğu hakkında fikir yürütmeyi, olay hakkında nitel ve nicel anlayışa götüren düşünme yöntemlerini bilip kullanma, yani bilim adamı gibi düşünme ve bu düşünme sürecindeki aşamaları problem çözme ile geliştirmede BCS'nin kullanımı, öğrenme – öğretme süreçlerini yönetmelerine de yardımcı olabilir.

Lisans düzeyinde öğrenciler fonksiyonların çeşitli temsillerinde doğru ilişkileri kurmakta başarısız olmaktadırlar (Rich, 1990). **BCS** bu anlamda bir çok kolaylıklar sağlar. Şekil 9'daki bir Maplet grafiksel inceleme olduğu kadar tanm ve değer kümesi, tablo içinde bir inceleme sunar.



Şekil 9

Özellikle fonksiyon grafiklerinin yorumlanması askıda kalmaktadır. Sfard'ın (1989) araştırmasında fonksiyon kavramının anlamını geliştirirken karşılaştıkları güçlüklerden ilki temel işlemsel boyutun uygulamalarında öğrencilerin yetkinleştirilmemesi ve bunun fonksiyon kavramının yapısal olarak geçişlerinde veya nesneye dayalı olarak kazanımlarında güçlük yarattığıdır.

Öğrenciler; fonksiyon algısının soyut fikirler olduğunu ve bunların cebirsel, grafiksel ve sayısal gösterimleri olduğunu somutlaştırırken yani problem çözerken kavramı kazanırlar. (Kaput, 1989). Bu zenginleştirme sırasında öğreten ve öğrenici için **BCS** zengin bir ortam sağlar (Tablo 1).

Örneğin; değer kümesi üzerindeki incelemelerde tablonun elde edilmesi farklı bakışlarla problem çözme ve problem oluşturmada zengin bir ortam sunar.

BCS bu çalışmaların yapılmasında bir yardımcıdır. Örneğin değişimin tablo olarak ifadesi de **BCS**'nin kullanım kolaylıklarındandır.

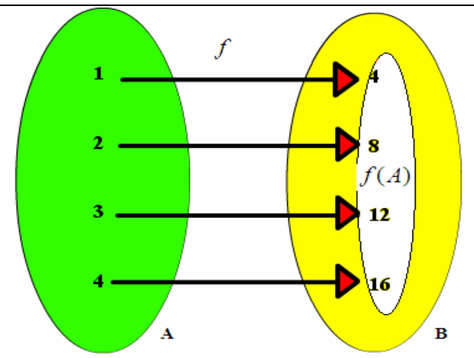
Matematikteki değişken kavramına bakışa BCS'nin vereceği yorum güç katabilir.

Tablo 1. $f(x)=4x$ **fonsiyonu için cebirsel, grafiksel ve sayısal gösterim**

<table>
<tr>
<td>

```
> restart:with(plots):
f:=x->4*x:
for x from 1 to 5 do print (x,f(x))
od;
Warning, the name changecoords
has been redefined
                1, 4
                2, 8
                3, 12
                4, 16
                5, 20
```

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

Çağımızda müzik nasıl herkes içinse ve herkesin anlayabildiği varsa bu matematik için de neden olmasın. **BCS** matematiği herkesin yapmasına fırsat veren bir araç olarak karşımızdadır. Dünyayı bir uydu fotoğrafından incelemeye gerek mutlaka vardır. Yanıbaşımızda duran matematiği inceleme fırsatını okullar sunmalıdır.

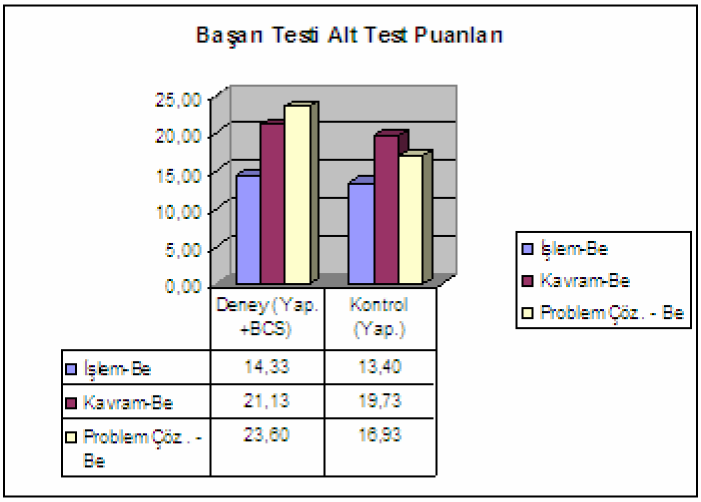
Matematiğin rolünün işlem becerisinden çok problem çözme üzerine yönlendirilmesinde **BCS**, matematiği herkesin hem daha kolay anladığı hem de yaşam boyu devam ettirilmesini beraberinde getirebilir.

6. Bulgular, Tartışma ve Öneriler

Malabar ve Pountney, araştırmalarında matematiksel yeteneklerin ayrıntılı bir sınıflandırmasına yer vermişlerdir (2000). Bu sınıflandırmada, yetenekler üç ana grupta toplanmıştır ve düşük dereceli yeteneklerden, yüksek dereceli yeteneklere doğru sırası ile işlemsel bilgi, kavramsal bilgiyi kullanma ve problem çözme becerisi olarak ele alınmıştır.

Uygulamada Eğitim Fakültesinin 1. sınıfında öğretime başlayan Genel Matematik dersinin ilk başlangıç ünitesi olması edeniyle rasgele olarak seçilmiş iki grup oluşturulmuştur. Rasgele olarak gruplardan birisi deney diğeri kontrol grubu olrak atanmışlardır.

Grupların Başarı Testi işlem becerileri (A), kavramsal anlama düzeyleri (B) ve problem çözme becerileri (C) alt test puanları arasındaki farkların anlamlılığını test etmek için çok değişkenli varyans analizi (MANOVA) uygulanmıştır. Grupların alt testlere göre ortalamalarındaki değişim Şekil 10'da gösterilmiştir.



Şekil 10

Şekilde grupların işlem becerisi ve kavramsal anlama ortalamaları birbirine çok yakın olmasına rağmen problem çözme boyutu ortalamaları arasında Deney grubuna (Yap. + BCS) yönelik 4,40 puanlık bir fark vardır.

MANOVA sonuçları grupların ortalamalarında üç alt testin puanları arasında anlamlı fark olduğunu göstermiştir. F (3.76) = 5. 04, p < .01 . Grupların hangi alt testlerde farklılaştığını görmek için yapılan ANOVA sonuçları Tablo 2'te verilmiştir.

İşlem becerisini ölçen sorulardaki başarıya bakıldığında her iki grubun ortalaması düşük düzeyde ve aralarında .93'luk bir fark oluşmuştur. Her iki grubun da içinde bulunduğu öğretim ortamı işlemsel beceri kazandırmaktan çok kavramsal anlama ve problem çözmeye yönelik becerilerini kazandırmayı hedeflediğinden böyle bir sonuç uygulamanın doğal sonuçlarından biri olarak görülebilir.

Her iki grubun da kavramsal anlama becerilerini ölçen sorulardaki başarıya bakıldığında her iki grubun ortalaması aralarında 2. 60'lük bir fark oluşmuştur.

Tablo 2. BT (Başarı Testi - Sontest) puanlarının betimsel istatistikleri

	Grup	Ortalama	Standart sapma	F	p	Kısmi eta kare
Problem çözme	Deney (BCS + Yap)	23,60	4,356	14.57	,001	,342
	Kontrol (Yap)	16,93	5,175			
Kavramsal anlama	Deney (BCS + Yap)	21,13	7,259	0.36	,553	,013
	Kontrol (Yap)	19,73	5,378			
İşlem becerisi	Deney (BCS + Yap)	14,33	5,300	0.262	,613	,009
	Kontrol (Yap)	13,40	4.672			

Tablo 2 incelendiğinde şu sonuçlar elde edilmektedir:

1. Grupların problem çözme becerileri arasında anlamlı fark vardır; F (1.28)= 14, 57 , p < .01 dir. Buna göre yapılandırmacı ortamda BCS desteki ders işleyen öğrencilerin problem çözme becerileri puanı sadece Yapılandırmacı öğrenim gören grubun puanına göre daha yüksektir.
2. Grupların kavramsal anlamaları arasındaki fark anlamlı değildir. F (1.28) = 0.36 , p > .05.
3. Grupların işlem becerileri arasındaki fark anlamlı değildir. F (1.28) = 0. 26 , p>.05.

Grupların Başarı Testi'nin İşlemsel Beceri ve Kavramsal Anlama alt testi puanları arasında alamlı bir fark bulunmazken, Problem Çözme Becerisi alt testi puanları arasında BCS desteğinden yararlanan deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir. BCS desteğinin öğrencilerin problem çözme becerisine olumlu yönde katkı sağladığı bu araştırmanın sonucu olarak ortaya çıkmaktadır.

Bu çalışmada toplanan kanıtlar fonksiyon kavramının kazanılmasında "yapılandırmacı bilgi kuramı"nın ilke ve amaçları ışığında BCS'nin öğrencilerin ön bilgilerine dayalı probleme çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin problem çözme becerisine anlamlı bir katkı sağladığını söyleyebiliriz.

Problemler yoluyla öğrenme, öğretmen adaylarına matematiksel kavramları inşaa etme ve kabiliyetlerini geliştirmek için bir araç olarak hizmet eder. Problemler hem örüntüleri araştırma ve keşfetme hem de eleştirel (kritik) düşünme gibi aşamaları kullanmaya yönlendirir. Problemleri çözmek için öğretmen adayları da ileride öğrencilerinin kullanacakları, gözlem yapma, ilişki kurma, soru sorma, muhakeme etme ve sonuç çıkarma sürecini içselleştirebilirler.

Öğretmenlerin müfredattaki problem çözme sürecini iyi uygulayabilmeleri ve problem çözümünün kapsamlı rolünü algılayabilmeleri için problemlerin ve problemlerdeki değişenlerin rolleri ve aralarındaki ilişkileri görebilmeleri gerekir. Bu açıdan ele alırsak matematiği öğrenmek ve öğretmek için yola çıkanların matematiksel durumları ve gerçekleri tartışıp sorgulayabilecekleri bir kılavuza, uzmana, öğreticiye ihtiyaçları aşikardır (Aspetsberger, 1997). BCS, matematik çalışmada bireyin kendi kendisine kılavuzluk etme fırsatlarını yaratabilir.

Günümüzdeki matematiğin rolü değişmektedir. Hizmet öncesi öğretmen eğitiminde Genel Matematiği anlamayı sağlamak için sayısal, grafiksel, cebirsel gösterimleri içeren **BCS** destekli bir problem çözme anlayışı yaklaşımı benimsenmelidir.

Kaynaklar

1. ASPESTBERGER, K. "Teaching Integrals with TI-92: A Chance of Making a Complex Mathematical Concept Elemantery", International Conference on Teaching of Mathematics, 3-6 July, 1998, pp.29-31, Samos, Geeece, 1998
2. BAKİ, A. KARTAL, T.(1998). Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerine Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu, G.Ü. Türk Eğitim Bilimleri Dergisi - kış2004.
3. BENSON, G. D. (2001) Science Education from a social Constructivist Position: A Worldwiev, Studies in Philosophy and Education, Vol 20, 443-452.
4. BRUNER J. S. 1966 *"Toward a theory of instruction"*, Cambridge, Mass. : Belknap Press of Harvard University
5. CARRAHER, David, A. SCHLIEMANN ve B. BRIZUELA. (1999) Bringing Out The Algebraic Character Of Arithmetic; Paper presented at the ERA Meeting. Montreal, Canada.

6. DEWEY, J. (1990). The school and society: The child and the curriculum. Chicago: University of Chicago Press. (Original work published in 1902).
7. DOUGLAS, R. (1986). Toward a lean and lively calculus: Report of the conference/workshop to develop curriculum and teaching methods for calculus at the college level. Mathematical Association of America, Notes #6, Washington, D.C: Mathematical Association of America.
8. DUBINSKY, E., & HAREL, G. (1992). Forward. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy, MAA Notes, Number 25 (pp. vii-ix). Washington, DC: Mathematical Association of America.
9. EISENBERG, T., & DREYFUS, T. (1994). On understanding how students learn to visualize function transformations. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), Research in collegiate mathematics education I (Conference Board of the Mathematical Sciences, Issues in Mathematics Education, Vol. 4) (pp. 45-68). Providence, RI: American Mathematical Society.
10. EVEN, R.: 1990, Subject matter knowledge for teaching and the case of functions, Educational Studies in Mathematics 21(6), 521-554.
11. FERRINI-MUNDY, J. and GAUDARD, M. (1992). Secondary school calculus: Preparation or pitfall in the study of college calculus Journal for Research in Mathematics Education, 23(1), 56 – 71.
12. FREUDENTHAL, H.: 1983, Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
13. GRAY, E., TALL, D.: 1994, Duality, Ambiguity, and Flexibility: a "Proceptual" View of Simple Arithmetic, Journal for Research in Mathematics Education 25/2, 116-140.
14. LAGRANGE, Jb. (1996), Analysing actual use of computer algebra system in the teaching and learning of mthematics, İnternational DERIVE journal, 3 , 3, 91 - 108
15. KAPUT, J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), Research issues in the learning and teaching of algebra (pp. 167-194). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
16. MALABAR, I. VE POUNTNEY D (2000).: How do Traditional Examination Questions Fare in The Presence of a Computer Algebra System (CAS)? , The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, ProQuest Education Complete pp- 241
17. NOVAK, J. D. (1998): "Learning, Creating, and Using Knowledge: Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations." Lawrance Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey, USA
18. SCHOENFELD, Alan ve A. ARCAVI, (1988). On The Meaning of Variable. Mathematics Teacher. September, s. 420-427.
19. SFARD, A. (1989). Transition from operational to structural conception: The notion of function revisited. In G. Vernaud, J. Rogalski, & M. Artigue (Eds.), Proceedings of the 13th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 151-158). Paris: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
20. STACEY, K., Kendal, M., & PIERCE, R. (2002). Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2004 Vol 4 pp 25–32
21. TALL, D. O., SMITH, D., & PIEZ, C. (2004). Technology and Calculus. [On-line] http://www.warwick.ac.uk/staff/DavidTall/pdfs/dot2002z-tech-calcsmithpiez.pdf
22. THORNTON, R. K. & SOKOLOFF, D. R. (1990) Learning motion concepts using real-time microcomputer-based laboratory tools. American Journal of Physics, 58(9), 858-867.
23. TULUK, G. (2007) Fonksiyon Kavramının Öğretiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin Etkisi, Gazi Ün. Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Ankara.