



ÖĞRENCİLERİN KÜME PROBLEMLERİNDE SERGİLEDİKLERİ MODELLEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ*

*Abdullah Çağrı BİBER***

*Mahiye YAPICIOĞLU ULAŞ****

ÖZET

Uluslararası Matematik Öğretimi Komisyonu'nun (ICMI-14) yayınladığı rapora göre, matematiksel modellemenin amacı, öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarını sağlamak, özgün problemleri çözmelerini ve formüle etmelerini öğretmek, eleştirel ve yaratıcı yönlerinin farkına varmalarına ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine katkı sağlamaktır (Blum, 2002). NCTM (2000) sınıflarda öğrencilerin çeşitli modelleme kullanmaları için fırsatlar verilmesi gerektiğini vurgulamaktadır, çünkü matematiksel modelleme kullanılması öğrencilerin kritik düşünme, soyutlama ve genelleme becerilerini geliştirmektedir (NCTM, 2000; Goldin, 2002). Küme problemleri çözümleri modelleme gerektiren problemler oldukları için özellikle ilköğretim düzeyinde öğrencilere modelleme becerilerinin kazandırılması ve geliştirilmesi için matematik derslerinde önemli bir eğitim aracı olarak da görülmektedir. Bu düşünceden hareketle bu araştırmanın amacı, ilköğretim öğrencilerinin küme problemlerini çözme sürecinde matematiksel modelleme becerilerini ne ölçüde kullanabildiklerini, bir problemi çözerken modellemenin öğrencileri çözüme ne kadar yaklaştırdığını incelemektir. Bu çalışma 2012-2013 öğretim yılında Türkiye'nin kuzeyinde bir ilin merkezindeki bir ortaokulun 6. sınıfında öğrenim gören 21 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada 4 tane açık uçlu soru kullanılmıştır. Öğrencilerin çözümlerine ve modelleme becerilerine ilişkin frekanslar ve yüzdelere tablo halinde belirtilmiştir.

Araştırmanın sonucunda öğrencilerin; kümelerde modelleme gerektiren problemleri çözme sürecinde çoğunlukla modellemeleri doğru yaptıklarını, ancak problemin çözümü için gerekli matematiksel bilgi ve beceriye sahip olmadıklarını göstermektedir. Öğretmenin kümeler konusunu derste anlatırken kullandığı modellerin çok benzerlerini öğrencilerin de kullandığı ve model çizimlerini ezberden yaptıkları görülmüştür. Dolayısıyla öğrenciler problemin çözümü için gerekli modelleri tamamen bilinçsiz ve öğretmeninden gördüğünü taklit ederek, ezberden oluşturmaktadırlar.

* Bu çalışma 1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumunda bildiri olarak sunulmuştur

Bu makale Crosscheck sistemi tarafından taranmış ve bu sistem sonuçlarına göre orijinal bir makale olduğu tespit edilmiştir.

** Yrd. Doç. Dr. Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, El-mek: acbiber@kastamonu.edu.tr

*** Yüksek Lisans Öğrencisi

Anahtar Kelimeler: Küme Problemleri, Matematiksel modelleme, Öğrencilerin Modelleme Becerileri.

ANALYSIS OF MODELLING SKILLS OF STUDENTS BY SET PROBLEMS

ABSTRACT

According to the published report of International Mathematics Teaching Commission (ICM-14, the purpose of the mathematical modelling is to get the students to understand the mathematical concepts better, to teach solving the distinct problems and formulating them, to contribute them to have them recognise their critical and creative properties and develop a positive manner against Mathematics (Blum, 2002). NCTM (2000) emphasizes that the students in the classes should be given opportunities to use various modelling. Because, using mathematical modelling develops the students' critical thinking, imagination and generalization capabilities (NCTM, 2000; Goldin, 2002). Since the solutions of set problems require modelling, it is assessed as an important training tool especially for the students in primary school level to make them gain and develop their modelling capabilities. Deriving from this view, the purpose of this study is to investigate in which level the primary school students use their mathematical modelling capabilities in the process of solving set problems, and how much they become narrow to the solution by modelling while solving a problem. This study has been performed with 21 students who are being trained in 6th class of a secondary school in the city center in North region of Turkey in 2012-2013 academic year. In the research, 4 open ended questions were used. The frequencies regarding the solutions of students and modelling capabilities and percentages were given as a table.

The result of the study indicates that the students usually make the modelling correct in the process of solving problems which require modelling in sets, and however they do not have the required mathematical information and capability of for the solution of the problem. It is seen that the students also use the similar modelling as their teachers use while teaching the sets subject in the lesson, and they do the model drawings from memory. Therefore, students compose the required models for the solving of a problem absolutely unconsciously and as they take example by their teachers, from memory.

Key Words: set problems, mathematical modelling, modelling capabilities

Giriş

Küme kavramı matematiğin en temel kavramlarından biridir. Fakat buna rağmen otoritelerce kabul edilmiş bir tanımı yoktur. Bazı kaynaklar kümeyi “belirli özelliğe sahip olan nesnelerin topluluğu” olarak tanımlar. Bu tanım her ne kadar yaygın olsa da eksiklikleri vardır.

Turkish Studies

International Periodical For the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic
Volume 8/8 Summer 2013



Birincisi burada “nesne” diye adlandırılan şeyin ne olduğu belli değildir. İkinci olarak “belirli özelliğe sahip” demek yanlış olabilir, çünkü nesneleri belirli bir özelliğe sahip olmayan küme örnekleri bulunabilir. Bu tanımlardan da anlaşılabilceği gibi küme kavramı tanımlanması zor olan kavramlardan biridir. Zaman içinde görülmüştür ki, çoğu öğrenci kümenin formal tanımıyla çelişen, nesneler koleksiyonuna dayanan bir sezgisel küme tanımı geliştirilmektedir (Fischbein, 1999. Akt: Baki, 2006). Küme kavramının matematiksel olarak tanımlanması ile nesneler topluluğu olarak sezgisel bir modelle ifade edilmesi arasındaki çelişkiler, öğrencilerin küme kavramı ile ilgili yaşadığı sıkıntıların ve algılamalarının kaynağını oluşturmaktadır. Bu çelişkilerin altında matematiğin iç dünyası veya matematik dünyası ile günlük yaşam arasındaki ilişki yatmaktadır. Matematiksel dünya ile günlük yaşam veya dış dünya arasındaki ilişkinin ne oranda sağlıklı kurulabileceği matematik öğretimindeki birçok konu gibi küme kavramının öğretimindeki başarıyı da doğrudan etkilemektedir. Genellikle matematikteki çoğu konu, bu iki dünyanın içeriğinden kaynaklanan farklılıklar önemsizmeden sunulmaktadır. Aslında matematik öğretimi sürecinde öğrencilere matematik dünyasındaki kavramların doğrudan kavratılmasının zorluğundan dolayı ilgili kavramlar çeşitli modeller yardımıyla ya da dolaylı olarak verilmektedir (Van De Walle, 2004).

Model, karmaşık bir nesne veya sürecin basitleştirilmiş gösterimidir ve bir sürecin nasıl meydana geldiğini veya bir nesnenin nasıl oluştuğunu anlamamızı sağlamaktadır (Harrison, 2001). Modelleme ise birçok etkinliği içeren karmaşık bir süreçtir (Justi & Gilbert, 2002). Matematiksel modelleme ise gerçek yaşamda karşılaşılan durumların matematiksel olarak ifade edilmesidir, matematiği bütün dünyaya yayarak uygulamaktır. Matematiksel modelleme sürecinde matematiğin dışından doğan bir konu alınır ve bu konu matematiksel olarak ifade edilir, böylece matematiksel teknikler orijinal konuya ışık tutmak için kullanılabilir. Bu anlamda modelleme, çok yönlü bir problem çözme sürecidir (Blum ve Niss 1989).

Uluslararası Matematik Öğretimi Komisyonu’nun (ICMI-14) yayınladığı rapora göre, matematiksel modellemenin amacı öğrencilerin, matematiksel kavramları daha iyi anlamalarını sağlamak, özgün problemleri çözmelerini ve formüle etmelerini öğretmek, eleştirel ve yaratıcı yönlerinin farkına varmalarına ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine katkı sağlamaktır (Blum, 2002). Modellemenin kullanılmasının matematiksel kavramların öğrenilmesini kolaylaştırılmasına rağmen çok az matematik öğretmeninin modellemeyi kullandığını belirtilmiştir (Post v.d., 1985). NCTM (2000) sınıflarda öğrencilerin çeşitli modelleme kullanmaları için fırsatlar verilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Çünkü matematiksel modelleme kullanılması öğrencilerin kritik düşünme, soyutlama ve genelleme becerilerini geliştirmektedir (NCTM, 2000; Goldin, 2002). Matematiksel beceri bireylerin matematiksel kavramları çeşitli durumlarda kullanabilme yetenekleridir. Buradaki çeşitli durumlar matematiğin normal alanının içinde olabileceği gibi, bu alanın dışında matematiğin anlamlı bir rol oynayabileceği durumlar da olabilir (Niss, 2003). Matematiksel modelleme becerisi ise verilen bir gerçek dünya durumunda, uygun soruları, değişkenleri, bağıntıları veya varsayımları saptama, bunları matematiğe çevirme, yapılan varsayımları araştırırken verilen modelleri karşılaştırma veya analiz etme, verilen bir modelin kapsamını ve özelliklerini kontrol etme yeteneği anlamına gelir (Niss, Blum ve Galbraith, 2007).

Matematiksel modellemenin matematik eğitiminde yeri ve önemi birçok matematik eğitimcisi tarafından vurgulanmaktadır (Gravemeijer ve Doorman, 1999; Lesh ve Doerr, 2003; Lingefjard, 2006). Matematiksel modelleme uygulamaları karmaşık ve zor bir süreç olsa bile gerçek hayat problemleri matematiksel modeller yardımıyla sunulduğunda, problemin karmaşıklığı sadeleşmekte ve problemi anlamlandırma kolaylaşmaktadır. Böylece matematiksel modeller öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerini gerçek hayat problemlerine uygulayabilme yeteneğini kazanmalarını hızlandırmaktadır (MEB, 2005).

Matematiksel dünya ile günlük yaşam arasındaki geçişlerde yaşanan bu sıkıntıları küme kavramının öğretiminde çok daha net bir şekilde görmek mümkündür. Küme problemleri çözümleri modelleme gerektiren problemler oldukları için özellikle ilköğretim düzeyinde öğrencilere modelleme becerilerinin kazandırılması ve geliştirilmesi için matematik derslerinde önemli bir eğitim aracı olarak da görülmektedir. Bu düşünceden hareketle bu araştırmanın amacı, ilköğretim öğrencilerinin küme problemlerini çözme sürecinde matematiksel modelleme becerilerini ne ölçüde kullanabildiklerini, bir problemi çözerken modellemenin öğrencileri çözüme ne kadar yaklaştırdığını incelemektir. Bu çalışma için öğrenim hayatlarında kümeler konusu ile yeni yeni tanışan ve modelleme becerileri henüz gelişmekte olan 6. Sınıf öğrencileri seçilmiştir.

Yöntem

İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin küme problemlerini çözme sürecinde matematiksel modelleme becerilerini ne ölçüde kullanabildiklerini, bir problemi çözerken modellemenin öğrencileri çözüme ne kadar yaklaştırdığını incelemek amacıyla bu çalışma için, 4 tane açık uçlu soru kullanılmıştır. Sorular hem literatür, hem de iki matematik eğitimcisi desteğiyle hazırlanmıştır. Hazırlanan veri toplama aracında bulunan problemlerin ölçme amacına uygun olup olmadığı, ölçülmek istenen alanı temsil edip etmediği “uzman görüşüne” göre saptanır (Karasar, 1995). Bunun için önce bir grup uzman tarafından ölçme amaçları ve bu amaçların gerektirdiği içerik çözümleri yapılarak hazırlanmış problemlerin bu amaçları ve içeriği temsil edip edemeyeceği tartışılmıştır. Bu çalışma 2012-2013 öğretim yılında Türkiye’nin kuzeyinde bir ilin merkezindeki bir ortaokulun 6. sınıfında öğrenim gören 21 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Uygulamadan 1 hafta önce çalışmaya katılan öğrencilere öğretmenleri tarafından kümeler konusu üç ders saati süresince anlatılmış, derslerde modelleme gerektiren küme problemleri üzerinde durulmuştur. Uygulama süreci 2012–2013 bahar yarıyılında İlköğretim Matematik Öğretim Programının kazanımları dikkate alınarak matematik dersi içeriğinde yapılmıştır. Öğrencilerin modelleme becerisini anlamaya yönelik gerçek hayat problemlerinden oluşan matematiksel modelleme etkinliklerinden yararlanılmıştır.

Çalışma öğrencilerin modelleme becerilerini incelemek amacıyla hazırlanan bu 4 soruya verilen öğrenci cevapları ile ilgilidir. Öğrencilere ait cevap kağıtları $\bar{O}_1, \bar{O}_2, \bar{O}_3, \dots, \bar{O}_{21}$ şeklinde kodlanmış olup, öğrencilerin çözümleri doğru, yanlış ve çözümsüz olmak üzere üç kategoride incelenmiş ve bu çalışmada kullanılan 4 soruya öğrencilerin verdikleri cevaplar, doğru çözüm için 2 puan, doğruya en yakın çözümler için 1 puan ve yanlış çözümler için ise 0 puan şeklinde değerlendirilmiştir. Bununla birlikte çözümler ve çözümlerde kullanılan modeller detaylı olarak incelenerek öğrencilerin modelleme becerileri üzerinde durulmuştur. Öğrencilerin çözümlerine ve modelleme becerilerine ilişkin frekanslar ve yüzdeler tablo halinde belirtilmiştir.

Bulgular

Modelleme becerisini ölçme sınavında 4 sorudan ve 8 puan üzerinden hazırlanan sorular değerlendirilmiştir. Teste 21 öğrenci katılmıştır.

Tablo 1’de görüldüğü gibi 21 öğrencinin puan ortalaması 8 puan üzerinden 4 olarak bulunmuştur. En yüksek puan 8 ve en düşük puan 1’dir. Cevaplanma oranı en düşük soru 0,48 ortalamayla dördüncü soru, cevaplanma oranı en yüksek olan soru ise 1,23 puan ortalamasıyla birinci soru olmuştur.

Turkish Studies

International Periodical For the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic
Volume 8/8 Summer 2013



Tablo 1. Öğrencilerin başarı performansları ve sorulara verilen cevapların ortalaması

Öğrenci	ö10	ö11	ö4	ö1	ö3	ö7	ö6	ö2	ö9	ö12	ö15	ö17	ö14	ö18	ö8	ö5	ö19	ö21	ö13	ö16	ö20	Ortalama
Soru 1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1,24
Soru 2	2	2	2	2	2	1	2	1	2	1	2	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1,10
Soru 3	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	2	0	2	0	0	1	0	0	0	1,19
Soru 4	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,48
Toplam puan	8	8	7	7	7	6	6	4	4	4	4	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	4,00

1.Soru ile ilgili bulgular

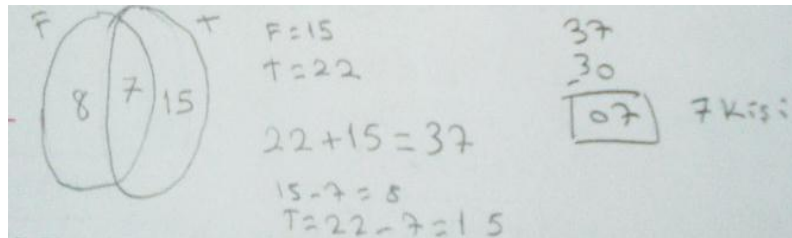
Soru 1) Futbol ve tenis oyunlarından en az birini oynayanların oluşturduğu 30 kişilik grupta, 15 kişi futbol 22 kişi tenis oynadığına göre, kaç kişi her iki oyunu da oynamaktadır?

Bu soru ile öğrencilerin iki kümenin kesişimi bilgisini nasıl kullandıkları, bunu çözüm modeline nasıl yansıttıkları incelenmek istenmiştir. Bu soruya verilen cevapların çözüm-model analizi Tablo 2’de verilmiştir. Birinci soruyu 7 öğrenci (%33) doğru, 13 öğrenci (%62) ise yanlış cevaplandırmıştır. 1 öğrenci (%5) ise soruyu cevapsız bırakmıştır.

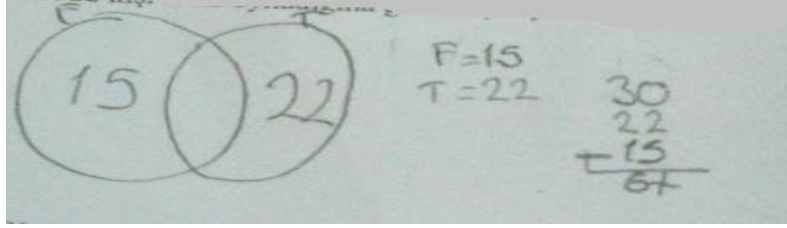
Burada, soruyu yanlış cevaplandıran 13 öğrenciden 12’sinin de (%92) çözüm için doğru modeli seçmesine rağmen, yanlış sonuca ulaşmış olmaları dikkat çekicidir.

Tablo 2. 1.soruya verilen cevapların çözüm-model analizi

	Doğru Model		Yanlış Model		Cevapsız		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Çözümü Doğru	7	100					7	33
Çözümü Yanlış	12	92	1	8			13	62
Cevapsız					1	100	1	5
Toplam	19	90	1	5	1	5	21	100

**Şekil 1.** 1. Soruda modellemesi doğru-sonucu doğru olan çözüm örneği

Şekil 1’de modellemesi ve çözümü doğru olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Burada görüldüğü gibi, öğrenci problemin çözümü için gereken modeli çizmiş, verileri modelde doğru yerleştirmiş, işlemlerini doğru yapmış ve doğru çözüme ulaşmış.



Şekil 2. 1. Soruda modellemesi doğru-sonucu yanlış olan çözüm örneği

Şekil 2’de ise modellemesi doğru, ancak çözümü yanlış olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Şekil 2’de öğrencinin problemin çözümü için gereken doğru küme modelini çizdiği görülmektedir. Doğru modeli çizmesi, verilen soruda kesişmekte olan iki küme olduğunun farkına vardığını göstermektedir. Fakat problemde verilenleri öğrencinin çizdiği modele doğru yerleştiremediği, verileri yerleştirirken modeldeki kesişim kümesinde olan elemanların varlığını düşünemediği görülmektedir. Bu yüzden öğrenci doğru çözüme ulaşamamıştır.

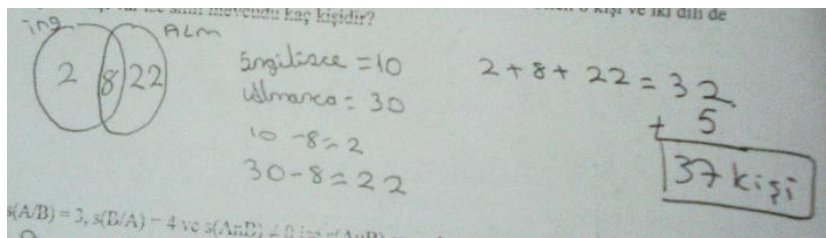
2.Soru ile ilgili bulgular

Soru 2) Bir sınıfta 10 kişi İngilizce 30 kişi Almanca biliyor. Her iki dili de bilen 8 kişi ve iki dili de bilmeyen 5 kişi var ise sınıf mevcudu kaç kişidir?

Bu soruda öğrencilerin evrensel küme ve iki kümenin kesişimi bilgilerini nasıl kullandıkları, bunu çözüm modeline nasıl yansıttıkları incelenmek istenmiştir. Bu soruya verilen cevapların çözüm-model analizi Tablo 3’de verilmiştir. Üçüncü soruyu 8 öğrenci (%38) doğru, 11 öğrenci (%52) ise yanlış cevaplandırmıştır. 2 öğrenci (%5) ise soruyu cevapsız bırakmıştır. Burada, soruyu yanlış cevaplandıran 11 öğrenciden 7’sinin (%64) çözüm için doğru modeli seçmesine rağmen, yanlış sonuca ulaştıkları görülmüştür.

Tablo 3. 2.soruya verilen cevapların çözüm-model analizi

	Doğru Model		Yanlış Model		Cevapsız		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Çözümü Doğru	8	100					8	38
Çözümü Yanlış	7	64	4	36			11	52
Cevapsız					2	100	2	10
Toplam	15	71	4	19	2	10	21	100

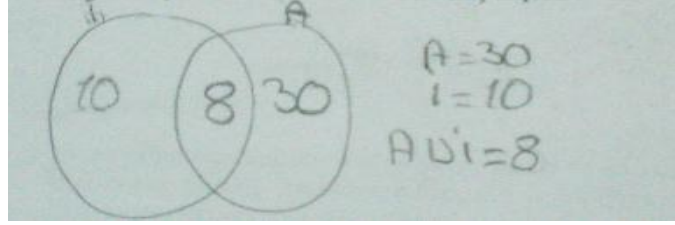


Şekil 3. 2. Soruda Modellemesi doğru-sonucu doğru olan çözüm örneği

Turkish Studies

International Periodical For the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic
Volume 8/8 Summer 2013

Şekil 3’de modellemesi ve çözümü doğru olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Burada görüldüğü gibi öğrenci problemin çözümü için gerekli olan modeli doğru çizmiş, problemde verileri çizdiği modelde doğru yerleştirmiştir. Dolayısıyla öğrencinin burada çözüm için gerekli işlemleri doğru yaptığı ve doğru çözüme ulaştığı görülmektedir.



Şekil 4. 2. Soruda modellemesi doğru-sonucu doğru olan çözüm örneği

Şekil 4’de ise modellemesi doğru, ancak çözümü yanlış olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Öğrenci problemin çözümü için kesişen iki küme modelini çizmiş fakat verileri modelde doğru yerleştirmemiştir. Burada öğrencinin kesişim kümesinde ortak olan elemanları modelde nasıl göstermesi gerektiğinin ayrımını yapamadığı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla öğrenci doğru sonuca ulaşamamıştır.

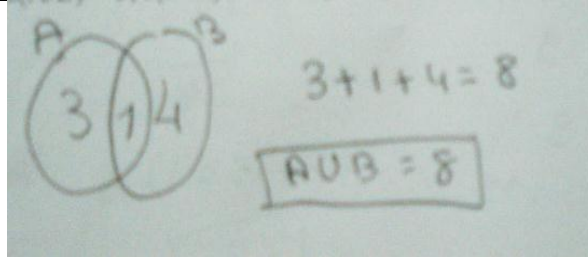
3.Soru ile ilgili bulgular

Soru 3) $s(A/B) = 3$, $s(B/A) = 4$ ve $s(A \cap B) \neq 0$ ise $s(A \cup B)$ en az kaçtır?

Bu soru ile öğrencilerin iki kümenin bileşimi, kesişimi, iki kümenin farkı bilgilerini nasıl kullandıkları, bunu çözüm modeline nasıl yansıttıkları incelenmek istenmiştir. Bu soruya verilen cevapların çözüm-model analizi Tablo 4’de verilmiştir. Üçüncü soruyu 12 öğrenci (%57) doğru, 9 öğrenci (%43) ise yanlış cevaplandırmıştır. Ne ilginçtir ki, bu soruyu boş bırakan öğrenci olmamıştır. Burada, soruyu yanlış cevaplandıran 9 öğrenciden sadece birinin (%11) çözüm için doğru modeli seçmesine rağmen, yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür.

Tablo 4. 3.soruya verilen cevapların çözüm-model analizi

	Doğru Model		Yanlış Model		Cevapsız		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Çözümü Doğru	12	100					12	57
Çözümü Yanlış	1	11	8	89			9	43
Cevapsız							0	
Toplam	13	62	8	38			21	100

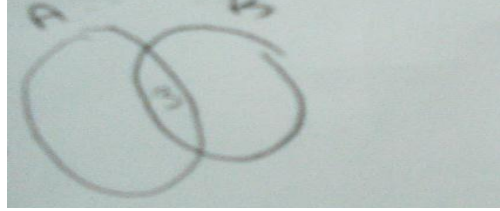


Şekil 5. 3. Soruda Modellemesi doğru-sonucu doğru olan çözüm örneği

Turkish Studies

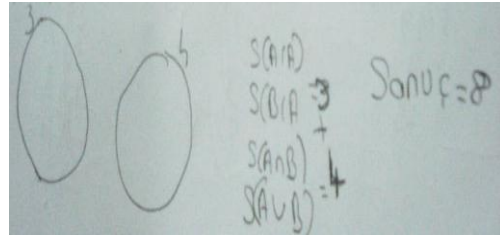
International Periodical For the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic
Volume 8/8 Summer 2013

Şekil 5’de modellemesi ve çözümü doğru olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Öğrenci burada problemin çözümü için gerekli olan modeli doğru çizmiş, verileri modelde doğru yerleştirmiş, çözüm için gerekli işlemleri doğru yapmış ve doğru çözüme ulaşmıştır.



Şekil 6. 3. Soruda modellemesi doğru-sonucu yanlış olan çözüm örneği

Şekil 6’da ise modellemesi doğru, ancak çözümü yanlış olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Öğrencinin problemin çözümü için küme modelini çizdiği fakat verileri modelde doğru yerleştiremediği, dolayısıyla doğru çözüme ulaşamadığı görülmektedir.



Şekil 7. 3. Soruda modellemesi yanlış-sonucu yanlış olan çözüm örneği

Şekil 7’de de modellemesi yanlış, dolayısıyla çözümü yanlış olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Burada öğrencinin modeli yanlış çizmesine rağmen işlemsel bir takım adımlarla çözümü bulmaya çalıştığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin ne modele, ne de çözüme dair herhangi bir fikre sahip olmadığı söylenebilir.

4.Soru ile ilgili bulgular

Soru 4) Matematik, Fizik ve Kimya derslerinin en az birinden geçen öğrencilerin oluşturduğu 39 kişilik bir sınıfta 2 öğrenci üç dersten de geçmiştir. Matematik’ den geçen 20, kimyadan geçen 16, Fizikten geçen 15 olduğuna göre, yalnız iki dersten geçen öğrencilerin sayısı kaçtır?

Bu soru ile öğrencilerin üç kümenin kesişimi bilgisini nasıl kullandıkları, bunu çözüm modeline nasıl yansıttıkları incelenmek istenmiştir. Bu soruya verilen cevapların çözüm-model analizi Tablo 5’de verilmiştir. Altıncı soruyu sadece 2 öğrenci (%10) doğru, 18 öğrenci (%86) ise yanlış cevaplandırmıştır. Bu soruyu sadece bir öğrenci cevapsız bırakmıştır. Burada, soruyu yanlış cevaplandıran 18 öğrenciden 6’sının (%33) çözüm için doğru modeli seçmesine rağmen, yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür.

Tablo 5. 4.soruya verilen cevapların çözüm-model analizi

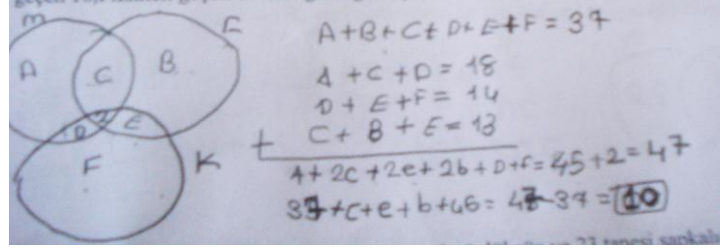
	Doğru Model		Yanlış Model		Cevapsız		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Çözümü Doğru	2	100					2	10
Çözümü Yanlış	6	34	12	66			18	85

Turkish Studies

International Periodical For the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic
Volume 8/8 Summer 2013

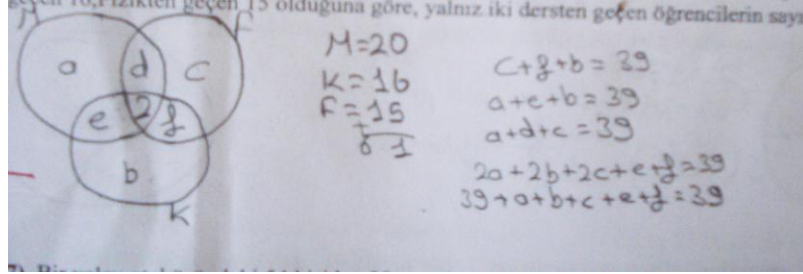


Cevapsız					1	100	1	5
Toplam	8	38	12	57	1	5	21	100



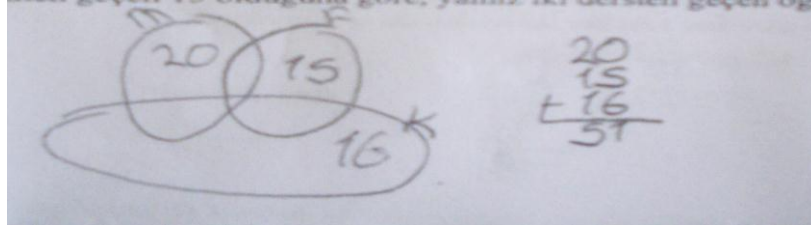
Şekil 8. 4. Soruda Modellemesi doğru-sonucu doğru olan çözüm örneği

Şekil 8’de modellemesi ve çözümü doğru olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Bu soruda ilk defa öğrencilerin a,b,c... gibi temsilcilerle modeli uyguladığı, denklemler kurarak çözüme ulaştığı görülmüştür.



Şekil 9. 4. Soruda modellemesi doğru-sonucu yanlış olan çözüm örneği

Şekil 9’da ise modellemesi doğru, ancak çözümü yanlış olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Bu çözümde öğrenci modeli çizmiş fakat verileri modellemeye doğru yerleştirememiştir.



Şekil 10. 3. Soruda modellemesi yanlış-sonucu yanlış olan çözüm örneği

Şekil 10’da da modellemesi yanlış, dolayısıyla çözümü yanlış olan öğrencilerden birinin cevap örneği verilmiştir. Bu çözümde öğrencinin modeli yanlış çizdiği ve dolayısıyla da doğru sonuca ulaşamadığı görülmektedir.

Son olarak hem önceki bulguları özetlemek, hem de başka bir bulguyu ifade etmek adına her soru için ayrı yapılan çözüm-model analizinin çözümü ve modeli doğru yapanlar için konsolide hali Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Konsolide çözüm-modelleme analizi

	1. Soru	2. Soru	3. Soru	4. Soru
	f	f	f	f
ÇÖZÜMÜ DOĞRU	7	8	12	2
MODELİ DOĞRU	19	15	13	8

Tablo 6'ya göre 1.,2. ve 3. sorularda doğru çözüm sayılarının arttığı, ancak 4. soruda ise çalışmaya katılan 21 öğrenciden sadece 2'sinin doğru cevabı elde edebildiği görülmektedir. Problemlerin çözümü için doğru modelleri tercih edenlerin sayısı ise, sorular ilerledikçe azalmaktadır. Tablo 6'ya göre 1. soruda 19 öğrenci doğru modeli oluşturmuş, fakat sadece 7 öğrenci (19 öğrencinin %37'si) doğru sonuca ulaşabilmektedir. 2. Soruda modeli doğru kuran 15 öğrenciden 8'inin (%53), 3. Soruda ise modeli doğru olan 13 öğrencinin 12'sinin (%92) doğru cevabı verdiği ancak 4. soruda doğru modeli kuran 8 öğrencinin sadece 2'sinin (%25) doğru cevabı verdiği görülmektedir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmadan elde edilen bulgular öğrencilerin modelleme becerileri bağlamında problem çözüme becerileri hakkında önemli bilgiler vermektedir. Modelleme testinden elde edilen sonuçlar, öğrencilerin kümelerde modelleme gerektiren problemleri çözüme sürecinde çoğunlukla modellemeleri doğru yaptıklarını, ancak problemin çözümü için gerekli matematiksel bilgi ve beceriye sahip olmadıklarını göstermektedir. Öğrenciler modellemelerden haberdarlar, yani öğrenciler iki kümenin kesişimi, birleşimi, farkı, evrensel küme tanımlarını içeren problemlerde doğru modeli kullanabilmektedirler, ancak problemde verilenleri modele nasıl yerleştireceklerini ve buradan hareketle çözüme nasıl ulaşacaklarını bilememektedirler. Dolayısıyla burada modelin öğrenciler için bir çözüm aracı olduğu söylenemez. Öğretmenin kümeler konusunu derste anlatırken kullandığı modellerin çok benzerlerini öğrencilerin de kullandığı ve model çizimlerini ezberden yaptıkları görülmüştür. Dolayısıyla öğrenciler problemin çözümü için gerekli modelleri tamamen bilinçsiz ve öğretmeninden gördüğünü taklit ederek, ezberden oluşturmaktadırlar. Ezberleyerek öğrenilen bilgi her zaman enstrümental olarak anlaşılır (Van De Walle, 2004). Bu durum Greer'in (1997), Verschaffel, de Corte ve Lasure'in (1994) çalışmalarında elde ettikleri “öğrencilerin problemleri alıştıkları yollarla çözdüklerini ve çözüm yollarını seçim nedenleri üzerinde düşünmedikleri” sonucuyla paralellik göstermektedir. Bu noktada öğretmene önemli görevler düşmektedir. Öğretmen derslerde işlemsel çözümler yerine daha çok modellerin çözümdeki rolü ve önemi üzerinde durarak, öğrenciye modelleri daha bilinçli kullanmalarını öğretmeyi amaçlamalıdır. Öğretmen çizdiği modeli ne amaçla çizdiğini öğrenciye çok iyi anlatmalıdır. Her model bir amaç için oluşturulur. Öğrenci model ve durum arasındaki farklılığın farkında olması gerekir. Gravemeijer'e (1997) göre öğrenci modelin amaçlar doğrultusunda uygun olup olmayacağına karar vermelidir. Daha sonra öğretmen öğrencinin modeli neden seçtiğini sorarak, öğrenciyle model hakkında tartışmalıdır. Araujo ve Salvador'a (2001) göre modelleme neticesinde iyi bir değerlendirme yapılabilmesi için öğrenciler öğretmen ile yoğun bir etkileşim içinde olmalıdır. Derste modelleme gerektiren problemin çözümünde öğrenciler grup halinde çalıştırılabilir. Blum ve Leib (2007), Barbosa (2003), Ikeda ve Stephens (2001) ifade ettikleri gibi matematiksel modellemenin öğretiminde sınıf içi aktiviteler önemlidir. Öğrencilerin grup halinde çalışmaları, öğretmen ile sürekli işbirliği halinde olmaları gerekmektedir. Ayrıca ders kitaplarında da öğrencilerin işlemsel bilgilerini geliştirmeyi hedefleyen problemler yerine, öğrencinin modelleme yaparak kavramsal anlamayı hedefleyen problemlere yer verilmesi gerekmektedir. Dolayısıyla ortaöğretim öğretim programlarında/ders kitaplarında, probleme çok farklı açılardan

Turkish Studies

International Periodical For the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic
Volume 8/8 Summer 2013



bakabilen, matematiği gerçek hayat durumlarını yorumlamada kıvrak bir şekilde kullanabilen bireyler yetiştirme amacını taşıyan matematiksel modelleme ve matematiksel modelleme etkinlikleri oluşturabilme becerilerini geliştirmeye yönelik kazanımlar oluşturulmalıdır (Kertil, 2008)

Öğrenciler verilenleri modellerde kullanırken a,b,c...(ve ya x, y, z..) gibi bilinmeyen değişken temsilcilerini kullanmayı pek tercih etmiyorlar. Dolayısıyla denklem kurma, bilinmeyeni arama gibi bir uğraşın içine girmiyorlar. Durumu özetlemek gerekirse, öğrencilerin matematik bilgisinin problemin çözümü için yeterli olmadığı söylenebilir. Galbraith v.d., (2007) matematiksel modellemede bilgi ve imkanların yeterli olmadığına vurgu yapmaktadır.

KAYNAKÇA

- BAKİ, A. (2006). Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi. Trabzon: Derya Kitapevi.
- BARBOSA, J.C. (2003). What Is Mathematical Modelling? S.J. LAMON ve diğerleri. (Ed.), Mathematical Modelling: A Way Of Life. Chichester: Ellis Horwood, 227-234.
- BLUM, W. (2002). "ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education-Discussion Document." Educational Studies in Mathematics, 51(1/2), 149-171.
- BLUM, W. ve D. LEIB. (2007). How Do Students And Teachers Deal With Modelling Problems? C. Hanes, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Ed.), Mathematical Modelling: Ictma 12: Education, Engineering an Economics. 222-231.
- BLUM, Werner ve M. NISS. (1989). Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. M, NISS, W, BLUM ve I, HUNTLEY (Ed.), Modelling Applications and Applied Problem Solving. England: Halsted Pres. 1-19.
- GALBRAITH, Peter, GLORIA, Stillman, JILL, Brown, IAN, Edwards (2007). Facilitating Middle Secondary Modelling Competencies. C. Hanes, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Ed.), Mathematical Modelling: Ictma 12: Education, Engineering an Economics. 130-140.
- GOLDİN, G. (2002). Representation in Mathematical Learning and Problem Solving. In L. English (Ed.), Handbook of international research in mathematics education (pp. 197–218). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- GRAVEMEIJER, Koeno. (1994). "Developing Realistic Mathematics Education" içinde Koeno, Gravemeijer. (1997). Commentary Solving Word Problems: A Case Of Modelling Learning and Instruction, 7(4), 389-397.
- GRAVEMEIJER, K. & DOORMAN, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. Educational Studies in Mathematics, 39, 111-129.
- GREER, B. (1997). Modeling Reality In Mathematics Classrooms: The Case Of Word Problems. Learning and Instruction, 7, 293-307.
- HARRİSON, G. A. (2001). "How do teachers and textbook writers model scientific ideas for students?" Reseach in Science Education, 31, 401-435.
- IKEDA, Toshikazu. ve MAX Stephens. (2001). The Effects of Students' Discussion in Mathematics Modelling. J.P. Matos, W. Blum, K. Houston ve S.P. Carriera (Ed.), Modelling and Mathematics education: Ictma 9: Applications in science and teechnology. Chichester: Horwood Publishing, 381-390.

Turkish Studies

International Periodical For the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic
Volume 8/8 Summer 2013



- JUSTI, S. R., & GILBERT, K. J. (2002). Modelling teachers' views on the nature of modelling and implications for the education of modellers. *International Journal of Science Education*, 24(4), 369-387.
- KERTİL, M. (2008). Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Matematiksel Modelleme Sürecinde İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- LESH, R., DOERR, H.M., (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R.Lesh & H.M.Doerr (Eds.) *Beyond Constructivism: A models & modeling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching* (sayfa 3-33).
- LİNGEFJÄRD, T. (2006). Faces of modelling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 96-112.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2005). Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: An overview*. Reston: NCTM.
- NISS, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project. In: A. Gagatsis, & S. Papastavridis (Eds.), *Third mediterranean conference on mathematics education* (pp. 115–124). Athens: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society
- Niss, M., BLUM, W., & GALBRAITH, P. (2007). Introduction. In: W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study* (pp. 3–32). New York: Springer.
- POST, T. R., WACHSMUTH, I., LESH, R., & BEHR, M. J. (1985). Order and Equivalence of Rational Number: A Cognitive Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 18-36.
- VAN DE WALLE, J. A. (2004). *Elementary A Middle School Math: Teaching Developmentally*. Boston: Allyn & Bacon.
- VERSCHAFFEL, L., DE CORTE, E. and LASURE, S., (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction* 4, pp. 273–294.

Turkish Studies

International Periodical For the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic
Volume 8/8 Summer 2013

